

Un modèle d'endommagement fragile pour les matériaux composites : couplage entre anisotropies initiale et induite et effets unilatéraux

H. WELEMANE^a, C. GOIDESCU^a, O. PANTALE^a, M. KARAMA^a, D. KONDO^b

a. Université de Toulouse, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tarbes, INP/ENIT, LGP EA 1905, 47 avenue d'Azereix, F-65013 Tarbes, Helene.Weleman@enit.fr

b. Université Paris VI, Institut d'Alembert, UMR CNRS 7190, 4 place Jussieu, F-75252 Paris

Résumé :

Ce travail vise à présenter une nouvelle approche pour la modélisation de l'endommagement fragile des matériaux composites stratifiés. La formulation micromécanique proposée s'appuie sur une homogénéisation bidimensionnelle de milieux fissurés présentant une orthotropie initiale [1]. Cette démarche permet la prise en compte de défauts d'orientation arbitraire pouvant être ouverts ou fermés au sein d'une formulation énergétique en déformation. Sur cette base, un modèle de comportement est ensuite développé dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles avec variables internes. En particulier, le cadre standard est retenu pour la formulation de la loi d'évolution des dommages. Des simulations numériques permettent de démontrer les capacités prédictives de la formulation, en particulier la représentation du comportement non linéaire des matériaux, l'interaction entre les anisotropies initiale et induite et la restitution des propriétés élastiques lors de la fermeture des défauts.

Abstract :

This work deals with damage in laminated composite materials and intends to propose a new approach for the modeling of microcracking in the context of initial anisotropy. This model is based on a two-dimensional homogenization of orthotropic cracked media that allows consideration of arbitrary orientation of defects and unilateral effects (opening and closing of microcracks) within a strain energetic formulation [1]. From such thermodynamic potential, a constitutive model is proposed within the framework of thermodynamics of irreversible processes with internal variables. Numerical simulations demonstrate the predictive capabilities of the formulation, in particular the representation of the nonlinear behavior of these materials, the interaction between initial and induced anisotropies and the recovery of elastic properties at the closure of microdefects.

Mots clefs : matériaux composites, endommagement, microfissuration, modélisation micromécanique, anisotropie, effet unilatéral

1 Introduction

Les performances des matériaux composites présentent de nombreux intérêts pour la conception des structures mécaniques. Dans ce travail, on s'intéresse tout particulièrement aux pièces structurales minces réalisées en composites stratifiés monolithiques. Ces matériaux résultent de la mise en place de couches successives de plis composites à base d'une matrice et de fibres longues. Typiquement, le recours à ce type de conception se fait dans le domaine de l'aéronautique pour des éléments de fuselage au sein des aérostructures.

Notre étude concerne la dégradation de ces matériaux induite par la création et le développement de surfaces de décohésion internes, c'est-à-dire l'endommagement par microfissuration. Pour ces matériaux anisotropes dans leur état sain, le caractère orienté des défauts considérés induit une anisotropie supplémentaire. D'autre part, les microfissures ont la particularité de pouvoir s'ouvrir et se fermer suivant la sollicitation et d'agir différemment suivant cet état. Les interactions entre les anisotropies initiale et induite associées aux effets

unilatéraux sont autant de difficultés complexes pour la compréhension et la modélisation du comportement mécanique de ces matériaux [2-5].

Les modélisations existantes pour ces phénomènes se trouvent le plus souvent confrontées à deux difficultés majeures : d'une part l'admissibilité mathématique et thermodynamique des lois proposées [6-8] et, d'autre part, la justification des hypothèses retenues pour leur construction [9-11]. L'objectif de ce travail est de proposer une nouvelle modélisation plane de l'endommagement des matériaux initialement orthotropes soumis à la microfissuration qui permette de répondre à ces deux impératifs. A cette fin, on se base sur une analyse micromécanique de milieux orthotropes fissurés présentée récemment, qui aborde le cas de défauts d'orientation arbitraire et pouvant être ouverts ou bien fermés selon le chargement [1]. Le cadre approprié de la thermodynamique des processus irréversibles avec variables internes permet de développer complètement la formulation.

2 Variables d'état

Nous nous restreignons aux cas de petites transformations isothermes sans effets visqueux. Le seul mécanisme dissipatif envisagé est la création et la croissance de microfissures. Dans ce modèle, le formalisme en déformation (ε est la variable observable) a été privilégié en vue des applications futures au calcul de structures.

En lien avec la démarche d'homogénéisation servant de base à ce travail [1], la description des dommages se fait selon une approche discrète. On considère ainsi comme variable interne d'endommagement le vecteur \mathbf{d} des densités de microfissuration de N familles de microfissures de normale unitaire \mathbf{n}_i :

$$\mathbf{d} = (d_i)_{i=1,N} \quad (1)$$

avec $d_i = \mathcal{N}_i l_i^2$ (\mathcal{N}_i est le nombre de fissures par unité de surface de la $i^{\text{ème}}$ famille de normale \mathbf{n}_i , dont les microfissures présentent une longueur moyenne $2l_i$).

3 Energie élastique

3.1 Milieu non endommagé

Le matériau sain est supposé élastique linéaire orthotrope avec des axes de symétrie définis par la base orthonormée $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$ et un tenseur d'élasticité noté C^0 :

$$C^0 = a_1 I \otimes I + a_2 I \bar{\otimes} I + a_3 A \otimes A + a_4 (A \otimes I + I \otimes A) \quad (2)$$

où $(F \otimes H)_{ijkl} = (F_{ij} H_{kl})$ représente le produit tensoriel classique, $(F \bar{\otimes} H)_{ijkl} = (F_{ik} H_{jl} + F_{il} H_{jk})/2$ le produit tensoriel symétrique, I le tenseur identité d'ordre deux et $A = \mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_1$ le tenseur de structure décrivant la symétrie matérielle initiale du matériau. Les paramètres $(a_k)_{k=1,4}$ peuvent être reliés aux modules de l'ingénieur :

$$a_1 = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} - 2G_{12}, \quad a_2 = 2G_{12}, \quad a_3 = \frac{E_1 + E_2 - 2\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} - 4G_{12}, \quad a_4 = \frac{\nu_{21}E_1 - E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} + 2G_{12} \quad (3)$$

avec E_1 (resp. E_2) le module d'Young associé à la direction \mathbf{e}_1 (resp. \mathbf{e}_2), ν_{12} , ν_{21} et G_{12} les coefficients de Poisson et le module de cisaillement dans le plan $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$.

3.2 Potentiel thermodynamique - Démarche micromécanique

On admet l'existence d'un potentiel thermodynamique W (énergie libre) dépendant de la déformation ε et de l'endommagement \mathbf{d} . L'obtention de W repose ici sur une analyse micromécanique de milieux

orthotropes microfissurés. Inspirée par les travaux d'Andrieux et al. [12] sur les matériaux initialement isotropes, l'approche d'homogénéisation se base sur l'hypothèse d'une faible densité de microfissures n'interagissant pas et pouvant glisser sans frottement dans leur état fermé. Elle consiste à décomposer le problème en un problème d'élasticité homogène classique (du matériau sain soumis au chargement) et en un problème auto-équilibré défini uniquement par les discontinuités de déplacement sur les lèvres de la microfissure. Dans ce dernier cas, les solutions de la Mécanique de la Rupture et l'écriture rigoureuse du lemme de Hill permettent d'en déduire l'expression de l'énergie libre macroscopique du milieu microfissuré [1], soit :

$$W = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon} : \mathbf{C}^0 : \boldsymbol{\varepsilon} + \sum_{i=1}^N d_i \left[\begin{aligned} & c_1^{(i)} \text{tr}^2 \boldsymbol{\varepsilon} + c_2^{(i)} \text{tr}^2 (\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{A}) + c_3^{(i)} \text{tr} \boldsymbol{\varepsilon} \text{tr} (\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{A}) + c_4^{(i)} \text{tr}^2 (\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i) \\ & + c_5^{(i)} \text{tr} \boldsymbol{\varepsilon} \text{tr} (\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i) + c_6^{(i)} \text{tr} (\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i) + c_7^{(i)} \text{tr} \boldsymbol{\varepsilon} \text{tr} (\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{A}) \\ & + c_8^{(i)} \text{tr} (\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{A}) \text{tr} (\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i) + c_9^{(i)} \text{tr} (\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{A}) \text{tr} (\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{A}) \\ & + c_{10}^{(i)} \text{tr} (\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i) \text{tr} (\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{A}) \end{aligned} \right] \quad (4)$$

où $(\mathbf{F} \cdot \mathbf{H})_{il} = (F_{ij} H_{jl})$ désigne le produit simplement contracté (convention d'Einstein). Dans cette expression, la prise en compte des interactions entre les anisotropies initiale (représentée par le tenseur \mathbf{A}) et induite (représentée par les normales \mathbf{n}_i aux microfissures) se traduit par trois formes de couplage potentiels :

- Un couplage « isotrope » (termes en $c_1^{(i)}, c_2^{(i)}, c_3^{(i)}$) qui préserve l'orthotropie initiale du matériau sain,
- Un couplage anisotrope faible (termes en $c_4^{(i)}, c_5^{(i)}, c_6^{(i)}$) qui affecte la symétrie initiale au travers d'une dépendance directionnelle conforme à celle obtenue pour les matériaux initialement isotropes [12],
- Un couplage anisotrope fort (termes $c_7^{(i)}$ à $c_{10}^{(i)}$) amenant une anisotropie résultante complexe.

Parallèlement, la contribution des effets unilatéraux à l'énergie se fait au travers des coefficients $\{c_k^{(i)}(\mathbf{C}^0, \mathbf{n}_i, \mathbf{A})\}_{k=1,10}$ dont les expressions diffèrent selon que les défauts sont ouverts ou fermés :

- $\{c_k^{(i)}(\mathbf{C}^0, \mathbf{n}_i, \mathbf{A})\}_{k=1,10} = \{c_k^{ouv}(\mathbf{C}^0, \mathbf{n}_i, \mathbf{A})\}_{k=1,10}$ si les microfissures de normale \mathbf{n}_i sont ouvertes, i.e. telles que $g(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{n}_i, \mathbf{A}) > 0$,
- $\{c_k^{(i)}(\mathbf{C}^0, \mathbf{n}_i, \mathbf{A})\}_{k=1,10} = \{c_k^{ferm}(\mathbf{C}^0, \mathbf{n}_i, \mathbf{A})\}_{k=1,10}$ si elles sont fermées, i.e. telles que $g(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{n}_i, \mathbf{A}) \leq 0$.

Précisément, la définition de l'état des microfissures se fait au travers de la fonction caractéristique d'ouverture-fermeture g déduite de l'écriture de la moyenne de la discontinuité de déplacement normale. On obtient ainsi :

$$g(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{n}_i, \mathbf{A}) = \eta_1^{(i)} \text{tr} (\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i) + \eta_2^{(i)} \text{tr} \boldsymbol{\varepsilon} + \eta_3^{(i)} \text{tr} (\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{A}) + \eta_4^{(i)} \text{tr} (\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{A}) \quad (5)$$

L'expression détaillée des coefficients $\{c_k^{(i)}(\mathbf{C}^0, \mathbf{n}_i, \mathbf{A})\}_{k=1,10}$ et $\{\eta_k^{(i)}(\mathbf{C}^0, \mathbf{n}_i, \mathbf{A})\}_{k=1,4}$ est précisée dans la référence [1].

3.3 Lois d'état

La forme particulière du saut d'énergie au passage $g(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{n}_i, \mathbf{A}) = 0$ entre les états ouvert et fermé des microfissures garantit la continuité de classe C^1 du potentiel W [13]. Conformément aux arguments standards relatifs au cadre de la thermodynamique des processus irréversibles, les lois d'état peuvent donc être obtenues par dérivation de l'expression de (4) :

- La contrainte $\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial W}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}$ qui définit le comportement élastique à endommagement figé,
- Les forces thermodynamiques $\mathbf{F}^d = (F^{d_i} = -\frac{\partial W}{\partial d_i})_{i=1,N}$ qui correspondent aux variations d'énergie lors de la progression des densités de fissuration.

La réponse contrainte-déformation ainsi que les taux de restitution résultent donc bien dans ce modèle d'un couplage entre les anisotropies structurelle et induite et les effets unilatéraux.

4 Evolution des dommages

L'évolution des dommages est supposée progressive et indépendante du temps. On se place par ailleurs dans le cadre pratique du schéma standard qui permet la vérification systématique du second principe de la thermodynamique [14]. Les orientations \mathbf{n}_i étant considérées fixes, la propagation des microfissures se fait dans leur plan. A l'instar de Marigo [15], la forme suivante est proposée pour le critère d'endommagement :

$$f(F^{d_i}, d_i) = F^{d_i} - k_0(1 + \eta d_i) \quad (6)$$

avec (k_0, η) deux paramètres matériaux strictement positifs. La loi de normalité conduit alors à :

$$\dot{d}_i = \Lambda_i \frac{\partial f}{\partial F^{d_i}} = \Lambda_i \quad \text{si} \quad f = 0 \quad \text{et} \quad \dot{f} = 0 \quad (7)$$

où Λ_i est le multiplicateur d'endommagement déterminé par la condition de cohérence. En lien avec les constats précédents, le seuil d'endommagement et la loi d'évolution des dommages dépendent donc notamment de l'état d'ouverture-fermeture des défauts.

5 Applications

On se propose d'illustrer dans cette dernière partie quelques capacités prédictives du modèle présenté. Les équations constitutives ont été implémentées au sein du code de calcul ABAQUS, à l'aide d'un schéma purement implicite et d'une méthode de prédiction-correction. On notera que l'algorithme d'intégration locale du modèle ne nécessite pas de processus itératif compte tenu de la forme du critère (6).

Les applications sont faites ici sur un composite 2D SiC-SiC, dont les paramètres élastiques ont été identifiés par Aubard [16] et les paramètres de dissipation obtenus à partir de leur réponse en traction uniaxiale dans les axes :

$$E_1 = 320 \text{ GPa}, \quad E_2 = 170 \text{ GPa}, \quad \nu_{12} = 0.18, \quad G_{12} = 90 \text{ GPa}, \quad k_0 = 0.008 \text{ MPa}, \quad \eta = 70000 \quad (8)$$

5.1 Réponse élastique

En premier lieu, on s'intéresse aux propriétés élastiques du milieu fissuré. A titre d'exemple, la figure 1 présente la distribution en orientation des modules d'élongation $L(\mathbf{m})$ associés à chaque direction \mathbf{m} de l'espace lorsque le matériau est affecté par une seule famille de microfissures (de densité $d = 0.1$ et normale \mathbf{n}). Deux orientations \mathbf{n} sont considérées (dans et hors des axes), et pour chacune sont indiquées les distributions : initiale (matériau sain orthotrope), à état ouvert des dommages et à état fermé des défauts.

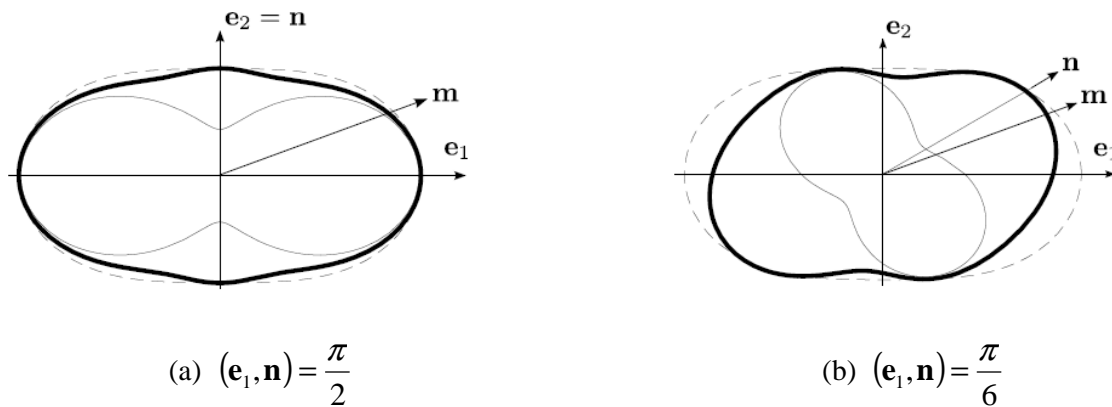


FIG. 1 – Modules d'élongation $L(\mathbf{m})$ du composite SiC-SiC affaibli par une famille de microfissures (traits pointillés : matrice vierge, trait fin : état ouvert des défauts, trait gras : état fermé des défauts)

Comme le montre la figure 1-a, la présence d'une microfissuration le long des axes de symétrie amène une perturbation orthotrope dans les mêmes axes que la matrice saine (couplage « isotrope » évoqué au paragraphe 3.2). Dans le cas de défauts hors-axes, la symétrie initiale est en revanche clairement modifiée (FIG.1-b). En ce qui concerne les effets unilatéraux, l'élasticité du milieu microfissuré est fortement affectée par le changement d'état des microfissures (ouvertes ou fermées). A état fermé, l'élasticité résultante est particulièrement complexe avec un mode de désactivation difficile à caractériser, même si on observe une restitution du module d'élongation $L(\mathbf{n})$ conforme au cas isotrope [11] pour les défauts dans les axes (FIG.1-a).

5.2 Comportement dissipatif

Considérons à présent le cas d'évolutions dissipatives où l'endommagement progresse. On présente ici des sollicitations classiques (traction et compression uniaxiales d'axe unitaire \mathbf{y}) dans et hors des axes. Pour ces simulations, on utilise un nombre $N=60$ de familles de microfissures réparties régulièrement dans toutes les directions de l'espace.

Le modèle est apte à représenter la non linéarité de la réponse contrainte-déformation sous sollicitation, à la fois en traction et en compression (FIG. 2). Egalement, la réponse du matériau diffère suivant l'orientation de la sollicitation par rapport à l'orthotropie initiale du composite. La phase élastique présente bien un module d'Young axial différent pour un chargement dans les axes ($\mathbf{y} = \mathbf{e}_2$) ou hors-axes ($\mathbf{y} = (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2)/2$). Parallèlement, l'intensité de la non linéarité est bien distincte selon la direction de la sollicitation, avec davantage d'impact lorsque $\mathbf{y} = \mathbf{e}_2$, ce qui traduit l'influence de l'orthotropie initiale y compris dans le processus dissipatif. Enfin, la figure 2 illustre les conséquences des effets d'ouverture-fermeture des microfissures sur la progression des dommages. Toutes les microfissures sont en effet ouvertes en traction alors qu'elles se trouvent dans un état mixte (certaines familles sont ouvertes et d'autres fermées) en compression. Cela permet de rendre compte d'une dissymétrie au niveau de la réponse $\sigma - \varepsilon$ et du seuil à rupture entre les sollicitations de traction et de compression, tout en évitant l'introduction de variables d'endommagement supplémentaires.

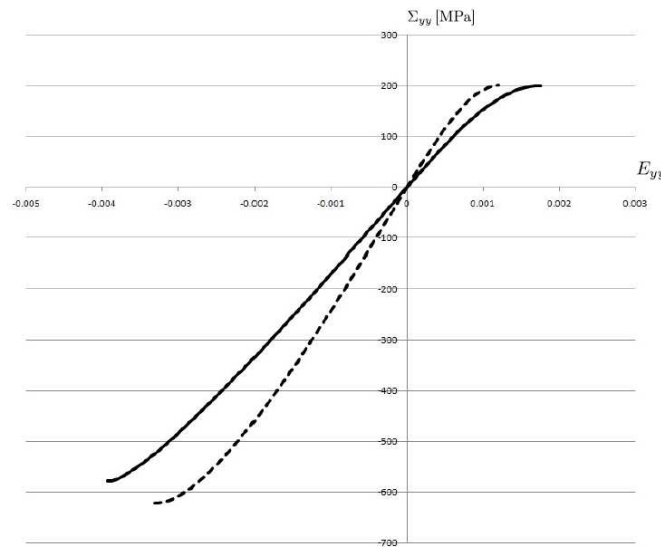


FIG. 2 – Réponse contrainte-déformation axiales du composite SiC-SiC pour des essais de traction et compression uniaxiales d'axe \mathbf{y} (trait plein : $\mathbf{y} = \mathbf{e}_2$, trait pointillé : $\mathbf{y} = (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2)/2$).

6 Perspectives

Le modèle d'endommagement formulé ici conduit à des résultats fort encourageants pour la représentation rigoureuse du comportement des matériaux composites. Les futures recherches liées à ce travail concernent essentiellement une validation approfondie de ses capacités prédictives par rapport aux résultats expérimentaux sur ces matériaux. En particulier, il sera sans doute pertinent d'associer à cette formulation la prise en compte d'autres phénomènes dissipatifs (plasticité par exemple) qui entrent en jeu notamment lors des sollicitations hors-axes.

References

- [1] Goidescu C., Weleman H., Kondo D., Gruescu C., Microcracks closure effects in initially orthotropic materials, *Eur. J. Mech. A/Solids*, 37, 172-184, 2013.
- [2] Allix O., Cluzel C., Gasser A., Ladevèze P., Modélisation des composites céramique-céramique à différentes échelles, *Rev. Comp. Mater. Avancés*, 3, 277-297, 1993.
- [3] Baste S., Aristégui C., Induced anisotropy and crack systems orientations of a ceramic matrix composite under off-principal axis loading, *Mech. Mater.*, 29, 19-41, 1998.
- [4] Morvan J.M., Baste S., Effect of the opening/closure of microcracks on the nonlinear behavior of a 2D C-SiC composite under cyclic loading, *Int. J. Damage Mech.*, 7, 381-402, 1998.
- [5] Goidescu C., Weleman H., Garnier C., Fazzini M., Brault R., Péronnet E., Mistou S., Damage investigation in CFRP composites using full-field measurement techniques : combination of digital image stereo-correlation, infrared thermography and X-ray tomography. *Composites : Part B*, 48, 95-105, 2013.
- [6] Chaboche J.L., On the difficulties associated with the active/passive unilateral condition, *Int. J. Damage Mech.*, 1, 148-171, 1992.
- [7] Carol I., Willam K., Spurious energy dissipation/generation in stiffness recovery models for elastic degradation and damage, *Int. J. Solids Structures*, 33, 2939-2957, 1996.
- [8] Cormery F., Weleman H., A critical review of some damage models with unilateral effect, *Mech. Res. Comm.*, 29, 391-395, 2002.
- [9] Krajcinovic D., *Continuum damage mechanics - Theory and applications*, Chap. Micromechanical basis of phenomenological models, 1987.
- [10] Chaboche J.L., *Mechanics of heterogeneous materials - Conf. to the memory of Prof. J.P. Boehler.*, Chap. Continuum damage mechanics : initial and induce anisotropy in composite materials, 1999.
- [11] Weleman H., Cormery F., Some remarks on the damage unilateral effect modeling for microcracked materials, *Int. J. Damage Mech.*, 11, 65-86, 2002.
- [12] Andrieux S., Bamberger Y., Marigo J.J., Un modèle de matériau microfissuré pour les bétons et les roches, *J. Méc. Théor. Appl.*, 5, 471-513, 1986.
- [13] Cormery F., Weleman H., A stress-based macroscopic approach for microcracks unilateral effect, *Comp. Mater. Sci.*, 47, 727-738, 2010.
- [14] Germain P., Nguyen S.S., Suquet P., Continuum thermodynamics, *J. Appl. Mech.*, 50, 1010-1020, 1983.
- [15] Marigo J.J., Modelling of brittle and fatigue damage for elastic material by growth of microvoids, *Engng Fract. Mech.*, 21, 861-874, 1985.
- [16] Aubard X., Modelling of the mechanical behavior of a 2-D SiC-SiC composite at a mesoscale, *Comp. Sci. Tech.*, 54, 371-378, 1995.